

Моделі та методи інформаційних технологій як інструмент підвищення ефективності функціонування аграрних підприємств

Лобода Олена Миколаївна

кандидат технічних наук,
доцент кафедри прикладної математики та економічної кібернетики
ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет»

Loboda Olena

Kherson State Agricultural University

У статті досліджено методи, моделі та алгоритми розв'язання задач впровадження інформаційних технологій у процес управління аграрними підприємствами задля підвищення ефективності роботи підприємств в умовах розвитку ринкових відносин. Показано необхідність удосконалення методів функціонування аграрних підприємств та методів оптимізації управління аграрними підприємствами. Досліджено комплексний метод ідентифікації, пов'язаний з побудовою оптимізаційної моделі, кінцевим результатом якого під час використання знайдених виробничих функцій буде надання рекомендацій для прийняття рішень щодо розподілу засобів між галузями. Встановлено необхідність створення моделі оптимального розвитку аграрного підприємства на основі достатніх умов оптимальності.

Ключові слова: модель, система управління, ідентифікація системи, виробничі функції, оптимізація управління.

Лобода Е.Н. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ КАК ИНСТРУМЕНТ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АГРАРНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

В статье исследованы методы, модели и алгоритмы решения задач внедрения информационных технологий в процесс управления аграрными предприятиями для повышения эффективности работы предприятий в условиях развития рыночных отношений. Показана необходимость совершенствования методов функционирования аграрных предприятий и методов оптимизации управления аграрными предприятиями. Исследован комплексный метод идентификации, связанный с построением оптимизационной модели, конечным результатом которого при использовании найденных производственных функций будет предоставление рекомендаций для принятия решений по распределению средств между отраслями. Установлена необходимость создания модели оптимального развития аграрного предприятия на основе достаточных условий оптимальности.

Ключевые слова: модель, система управления, идентификация системы, производственные функции, оптимизация управления.

Loboda Olena. MODELS AND METHODS OF INFORMATION TECHNOLOGY AS A TOOL FOR IMPROVING EFFICIENCY OF AGRICULTURAL ENTERPRISES

The article focuses on methods, models and algorithms of solving problems of implementing information technologies in the management of agricultural enterprises with the purpose of increasing efficiency of enterprises in conditions of market relations development. The study illustrates necessity of improvement functioning methods of agricultural enterprises and methods to optimize the management of agricultural enterprises. Information models of determining maximum output volume and maximum profit, as well as optimal behavior of a manufacturer in the conditions of competition and monopoly have been elaborated. Complex identification method that is connected with creating of an optimization model was investigated. Final result of it will be development of recommendations for making decisions on distribution of means between industries. Necessity of creation of optimal development model of agricultural enterprise was established on the basis of sufficient optimality conditions. Analysis of existing approaches to information of agricultural enterprises and development level of information technologies of multi-sector enterprises; analysis of main aggregated facts of agricultural enterprises development to identify priority management tasks were examined. The research provides valuable information regarding a model of objects and processes of management, dynamics of agricultural enterprise development in the form of a development line. The main characteristic of balanced growth (artery) of agricultural enterprise is developed and the problem of model optimization is taken into account with delay of introduction of main production facilities.

Key words: model, control system, system identification, production functions, management optimization.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Побудова сучасного інформаційного суспільства вимагає розроблення, впровадження та використання новітніх інформаційних технологій, які забезпечують високий рівень прийняття відповідних рішень у різних напрямках управлінської діяльності. Одним з головних напрямів в умовах складної ринкової економіки є підвищення ефективності функціонування сільськогосподарських підприємств, що здійснюється шляхом побудови автоматизованих систем управління та використання сучасних інформаційних технологій. Розв'язання задачі оптимального управління господарством у цих умовах приводить до вирішення завдання управління у вигляді розподілу ресурсів між галузями господарства. Пошук оптимальних управлінь, що визначають найбільшу ефективність результатів функціонування, передбачає побудову моделей об'єктів управління, а також розв'язання багатокрокової задачі пошуку оптимальних управлінь за заданого функціоналу ефективності функціонування.

Побудова інформаційних моделей та технологій на основі використання принципу оптимізації та законів збереження валового продукту для створення автоматизованих систем дає змогу знайти модель сільськогосподарського підприємства у вигляді магістралі, що виражає зміну основних виробничих фондів у процесі функціонування підприємства [1, с. 17–46].

У зв'язку з тим, що сучасні методи управління базуються на інформаційному підході, основою якого є методи розв'язання задачі ідентифікації та оптимізації, на першому етапі розглянуті загальні методи ідентифікації. Використовуючи ці методи, в подальшому ми отримали моделі одно-, дво- та багатогалузевих господарств, а також приватні моделі окремих підсистем, що дало змогу з огляду на принцип оптимальності сформулювати задачу управління сільськогосподарськими підприємствами у вигляді задачі пошуку магістралі. Отже, побудова інформаційних моделей об'єктів дає змогу автоматизувати управління сільськогосподарським підприємством та виробляти управляючі рішення на кожному етапі на основі сучасних інформаційних технологій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідники протягом тривалого часу одержували нові відомості про властивості сільськогосподарських виробничих функцій. Однак історично ці дослідження планувались та

проводились осторонь від формалізованих у вигляді рівнянь регресії виробничих функцій [2, с. 130–134]. Також проведення досліджень планувалось на основі явища дискретності, тобто застосовувалися два або кілька технологічних способів виробництва для визначення крапкових оцінок виходу сільськогосподарських культур та продуктів тваринництва залежно від рівня витрат факторів виробництва. Іноді (хоча це був побічний результат) отриманих даних було достатньо для висновку простих рівнянь регресії або кривих, що показують залежність випуску від витрат. Частіше експерименти й статистичні методи давали змогу лише одержати вказівки про те, чи існує математично значима різниця між рівнями врожаю або виходу продукції, що відповідають двом або трьом технологіям чи рівням витрат.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. У сучасних умовах вимоги до ефективності функціонування сільськогосподарського підприємства не відповідають можливостям традиційного управління. Тема роботи, що орієнтована на створення інформаційних методів та моделей автоматизованих систем управління на базі сучасних комп'ютерних засобів, впроваджених у сільськогосподарські підприємства, дає змогу розв'язувати задачі вибору управлінських рішень по окремих областях, а також по господарству загалом на основі порівняльного аналізу виробничих функцій. Задача особливо актуальна в умовах ринкової економіки, а спроба розв'язати цю задачу в умовах конкуренції, безумовно, може бути використана керівником господарства.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Метою статті є розроблення, впровадження та використання новітніх інформаційних технологій, розроблення інформаційних моделей автоматизації на основі кількісного аналізу виробничих можливостей підприємства й поведінки виробника в різних ринкових умовах задля збільшення ефективності функціонування сільськогосподарських підприємств у сучасних умовах. Така задача дослідження розв'язана шляхом розв'язання таких підзадач, як виконання аналізу наявних підходів до інформатизації сільськогосподарських підприємств та рівня розвитку інформаційних технологій багатогалузевих підприємств; виконання аналізу основних агрегованих фактів розвитку підприємств агропромислового комплексу для виявлення пріоритетних задач управління;

розроблення моделей об'єктів та процесів управління, тобто динаміки розвитку сільськогосподарського підприємства у вигляді магістралі розвитку.

Виклад основного матеріалу дослідження. Створення та впровадження новітніх інформаційних технологій у сучасних умовах впливають на підвищення ефективності виробництва, конкурентоспроможності продукції та послуг. Для досягнення ефективних форм господарювання та управління сільськогосподарським виробництвом, активізації підприємництва, ініціативи тощо потрібен пошук нових форм та методів управління виробництвом. Щодо цього особливий інтерес представляють новітні інформаційні технології, які базуються на використанні комп'ютерної техніки та економіко-математичних методах, що дають змогу оперативно виробити стратегію та тактику розвитку підприємства, управлінські рішення, резерви підвищення ефективності виробництва, а також оцінювати результати діяльності підприємства, його підрозділів та працівників [3, с. 75–112].

Для ефективного управління господарством, що має складну структуру, необхідно встановити планові пропорції. Рух суспільного продукту на всіх стадіях відтворення враховує метод міжгалузевого балансу. Міжгалузевий баланс є базою визначення взаємобалансованої системи [4, с. 21–38] основних показників. Він відображає кругообіг продукту по господарству загалом та на міжгалузевому рівні зокрема. Кожний вироблений у господарстві продукт повинен бути розглянутий щодо його розподілу та використання. З іншого боку, кожний продукт може бути представлений за елементами вартості як сума витрат різних продуктів, що витрачають на його виготовлення, амортизацію основних фондів, величину заробітної плати працівників, що створюють продукт, а також величину чистого доходу.

Міжгалузеві баланси можуть розроблятися у вартісному, натуральному та натурально-вартісному вираженні, залежно від чого змінюються характер та форма відображених в них економічних процесів. Разом з балансами, що охоплюють все господарство, можна розробляти міжгалузеві баланси. Принципи міжгалузевого балансу використовуються для побудови внутрішньогалузевих міжпродуктових балансів, що характеризують зв'язки між підгалузями та видами виробництва всередині галузей господарства. В міжгалузе-

вому балансі поняття галузі відрізняється від загальноприйнятого в практиці планування. У цьому балансі виділяють «чисті галузі», тобто сукупність виробництв, що випускають однорідну продукцію.

Основними вихідними даними для розрахунків планових міжгалузевих балансів виробництва та розподілу продукції є норми витрат матеріальних ресурсів на виробництво тих чи інших видів продукції. Вони є нормативами витрат сировини, матеріалів, палива, електроенергії, які безпосередньо використовуються на виробництві продукції, що відповідають рівню розвитку техніки, технології та організації праці [5, с. 64–68].

Важливим фактором зміни нормативів є технічний прогрес. Введення нової техніки, вдосконалення технології, організація праці ведуть до зниження витрат матеріально-енергетичних ресурсів на виробництво одиниці продукції, змінюють структуру матеріальних витрат.

Розрахунок планових нормативів припускає облік намічених галузевих заходів щодо вдосконалення технології виробництва та його організації, впровадження новітньої техніки, а також відповідних структурних зрушень у виробництві.

Під час побудови статичної відкритої моделі міжгалузевого балансу використовується така система передумов.

1) Все господарство (район тощо) можна розбити на 2 галузі (або 2 продукти).

2) У кожній галузі виробляється тільки один продукт одним способом. Іншими словами, не існує інших варіантів, крім фіксованого варіанта одержання продукції. Ця передумова, істотна щодо балансової моделі, знімається в оптимальних моделях.

3) Всю продукцію господарства можна розділити на проміжну та кінцеву. Проміжною називають ту частину валової продукції, яка спрямовується на подальшу переробку в галузі та утворює поточні матеріальні витрати. Кінцевою називають частину валової продукції, що залишилась та остаточно йде з виробничого процесу річного виробництва, використовуючись для споживання та накопичення. Так, наприклад, зерно, що спрямовується на продаж, є кінцевою продукцією. Зерно, що спрямовується на корм худобі, є проміжним продуктом, а зерно, що спрямовується в торговельну мережу, є кінцевим продуктом.

Відобразимо математично міжгалузеві зв'язки з урахуванням зроблених передумов.

Для цього проведемо попередню формалізацію взаємозв'язків. Як $X^i(i=1,2,\dots,n)$ позначимо інтенсивність валового продукту i -ї галузі; як $Y^i(i=1,2,\dots,n)$ – інтенсивність кінцевого продукту i -ї галузі; як $X_j^i(i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,n)$ – інтенсивність міжгалузевого потоку продукції з i -ї галузі на відтворення валової продукції j -ї галузі.

Тоді розподіл валової продукції n галузей прийме такий вигляд:

$$\begin{cases} X^1 = x_1^1 + x_2^1 + \dots + x_j^1 + \dots + x_n^1 + Y^1, \\ X^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_j^2 + \dots + x_n^2 + Y^2, \\ \dots \\ X^i = x_1^i + x_2^i + \dots + x_j^i + \dots + x_n^i + Y^i, \\ \dots \\ X^n = x_1^n + x_2^n + \dots + x_j^n + \dots + x_n^n + Y^n. \end{cases} \quad (1)$$

Однак отримана система рівнянь зв'язку дає незчисленну множину збалансованих рішень, тому що її математичний аналог, а саме система з n рівнянь, містить $2n+n^2$ невідомих $X^1, \dots, X^n, Y^1, \dots, Y^n$ та матрицю міжгалузевих потоків (X_j^i) . Розглянута модель потребує визначення. Для того щоби скоротити число змінних, припускаємо, що міжгалузеві поставки x_j^i продукції i -ї галузі в j -у галузь залежать лінійно від обсягу валової X^i продукції j -го споживача та норми матеріалоємності a_{ij} , що визначає витрати продукції i -ї галузі на відтворення одиниці валової продукції j -ї галузі, тобто:

$$x_j^i = a_{ij} X_j^j, \quad (2)$$

де $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$.

Система рівнянь (1) з урахуванням (2) прийме такий вигляд:

$$\begin{cases} X^1 = a_1^1 X^1 + a_2^1 X^2 + \dots + a_j^1 X^j + \dots + a_n^1 X^n + Y^1, \\ X^2 = a_1^2 X^1 + a_2^2 X^2 + \dots + a_j^2 X^j + \dots + a_n^2 X^n + Y^2, \\ \dots \\ X^i = a_1^i X^1 + a_2^i X^2 + \dots + a_j^i X^j + \dots + a_n^i X^n + Y^i, \\ \dots \\ X^n = a_1^n X^1 + a_2^n X^2 + \dots + a_j^n X^j + \dots + a_n^n X^n + Y^n, \end{cases} \quad (3)$$

або

$$X^i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X^j + Y^i, i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Якщо задати такі вектори: $Y = \begin{pmatrix} Y^1 \\ Y^2 \\ \dots \\ Y^n \end{pmatrix}$ –

вектор інтенсивності кінцевого продукту,

$$X = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ \dots \\ X^n \end{pmatrix} \text{ – вектор інтенсивності валового}$$

продукту, а також нормативну матрицю матеріалоємності (матриця коефіцієнтів прямих витрат), або витрати продукції i -ї галузі на відтворення одиниці продукції j -ї галузі

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \dots & a_j^1 & \dots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_j^2 & \dots & a_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^i & a_2^i & \dots & a_j^i & \dots & a_n^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^n & a_2^n & \dots & a_j^n & \dots & a_n^n \end{pmatrix} = (a_{ij}), i, j = \overline{1, n},$$

то економіко-математичну модель міжгалузевого балансу можна представити також у матричній формі:

$$X = AX + Y. \quad (5)$$

Система рівнянь (3) або (4), (5), на відміну від системи рівнянь (1), містить $2n$ невідомих (компоненти валового та кінцевого продуктів n галузей). Для одержання єдиного рішення n якихось змінних задають екзогенним чином, тобто фіксують, наприклад, компоненту вектору валового продукту X , за якої визначають компоненти вектору кінцевого продукту $Y(X \rightarrow Y)$, або, навпаки, за фіксованим вектором кінцевого продукту Y визначають вектор валового продукту $X(Y \rightarrow X)$. Таким чином, з рівнянь зв'язку (1) одержують дві задачі.

Задача 1. Задача спостереження $(X \rightarrow Y)$ відображає процес розподілу валового продукту. Вона є основою складання звітних балансів. Тут входом у модель (екзогенним фактором) є вектор валового продукту X , а виходом – вектор кінцевого продукту Y . Матричне подання цієї моделі таке:

$$(E - A)X = Y, \quad (6)$$

де E – одинична матриця, елементами головної діагоналі якої є одиниці, а іншими елементами матриці – нулі.

Тут $(E-A)$ – це матричний оператор перетворення вектору валової продукції X у вектор кінцевої продукції Y .

Задача 2. Задача синтезу $(Y \rightarrow X)$ відображає зміст процесу планування валової продукції X за заданим вектором кінцевої продукції Y . Вона відповідає на запитання про те, в якому обсязі треба планувати валову продукцію галузей X , щоби забезпечити бажаний випуск кінцевої продукції Y .

У задачі планування валової продукції X синтез рівнянь зв'язку вирішується щодо вектору валової продукції X :

$$(E - A)^{-1}Y = X. \quad (7)$$

Кібернетичним аналогом задачі планування є перетворювач вектору кінцевого продукту Y у вектор валового продукту X .

Тут $(E-A)^{-1}$ – це оператор планування, що перетворює екзогенний вектор кінцевого продукту Y у вектор валового продукту X .

Із зіставлення кібернетичних моделей видно, що лінійні балансові моделі задач розподілу валової продукції та задача планування є взаємно зворотними. Модель планування валової продукції X , як і модель розподілу валової продукції X , є відкритою. Ці моделі дають змогу побудувати систему взаємозалежних показників, однак вони не відповідають на питання про те, наскільки ефективним є той чи інший план. Цю задачу розв'язують за допомогою оптимізаційних моделей.

Зупинимось на проблемі розв'язання задачі планування (7). За економічним змістом матриця матеріалоемності невід'ємна, $A \geq 0$, тому що $a_{ij} \geq 0$, $i, j = 1, \dots, n$. Невід'ємність рішення X визначається продуктивністю матриці A . Умова продуктивності невід'ємної матриці A еквівалентна одній з таких умов:

1) максимальне власне число $\lambda(A)$ матриці A менше одиниці: $\lambda(A) < 1$;

2) матриця $(E-A)$ невід'ємно звернена, тобто існує зворотна матриця $(E-A)^{-1}$, а всі її елементи невід'ємні;

3) матричний ряд $E + A + A^2 + A^3 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} A^i$ сходиться та $\sum_{i=0}^{\infty} A^i = (E - A)^{-1}$;

4) послідовні головні мінори визначника матриці $(E-A)^{-1}$ додатні.

З'ясуємо економічний зміст елементів матриці $(E-A)^{-1}$. У моделі планування (7) позначимо елементи матриці $(E-A)^{-1}$ через C_{ij}^i , $i=1,2,\dots,n$, $j=1,2,\dots,n$.

$$\text{Тоді} \begin{cases} c_1^1 Y^1 + c_2^1 Y^2 + \dots + c_j^1 Y^j + \dots + c_n^1 Y^n = X^1, \\ c_1^2 Y^1 + c_2^2 Y^2 + \dots + c_j^2 Y^j + \dots + c_n^2 Y^n = X^2, \\ \dots \\ c_1^i Y^1 + c_2^i Y^2 + \dots + c_j^i Y^j + \dots + c_n^i Y^n = X^i, \\ \dots \\ c_1^n Y^1 + c_2^n Y^2 + \dots + c_j^n Y^j + \dots + c_n^n Y^n = X^n. \end{cases}$$

$$\text{Покладемо} \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad \text{Тоді}$$

$$X = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ \vdots \\ X^i \\ \vdots \\ X^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 & \dots & c_j^1 & \dots & c_n^1 \\ c_1^2 & c_2^2 & \dots & c_j^2 & \dots & c_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_1^i & c_2^i & \dots & c_j^i & \dots & c_n^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_1^n & c_2^n & \dots & c_j^n & \dots & c_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1^1 \\ c_1^2 \\ \vdots \\ c_1^i \\ \vdots \\ c_1^n \end{pmatrix}$$

характеризує витрати валової продукції всіх галузей на відтворення одиниці кінцевої продукції першої галузі.

Іншими словами, коефіцієнти C_{ij}^i , $i=1,2,\dots,n$, $j=1,2,\dots,n$, матриці $(E-A)^{-1}$ є витратами валової продукції i -ї галузі, що спрямовується на відтворення одиниці кінцевої продукції j -ї галузі. Їх називають коефіцієнтами повних витрат. Матриця коефіцієнтів непрямих витрат визначається як різниця між матрицею коефіцієнтів повних витрат $(E-A)^{-1}$ і прямих витрат A . Розрахунок коефіцієнтів матриці повних витрат можна здійснити, наприклад, методом прямого обернення матриці $(E-A)^{-1}$ або ітераційними методами за такою формулою: $(E - A)^{-1} = E + A + A^2 + \dots + A^k + \dots$.

Відзначимо, що розрахунки витрат праці та основних виробничих фондів на реалізацію плану не здійснюються в моделі міжгалузевого балансу. Ці розрахунки проводять тільки тоді, коли знайдений плановий вектор валової продукції X . Для складання балансу праці введемо коефіцієнти трудомісткості для кожної галузі, отримані на підставі звітних балансів: $b_o^i = \frac{L_o^i}{X_o^i}$, де b_o^i – норма трудомісткості i -ї галузі у звітному році; L_o^i – витрати праці i -ї галузі у звітному році; X_o^i – валовий продукт i -ї галузі у звітному році.

Коефіцієнти b_o^i , $i=1,2,\dots,n$ зведемо в рядок трудомісткості таким чином: $(b_o^1, b_o^2, \dots, b_o^n)$. Під час складання балансу праці норми трудомісткості $(b_o^1, b_o^2, \dots, b_o^n)$, отримані розрахунковим шляхом зі звітного балансу, корегуються для планового балансу $(b_m^1, b_m^2, \dots, b_m^n)$, звідки баланс праці приймає такий вигляд:

$$L_n = b_m^1 X_n^1 + b_m^2 X_n^2 + \dots + b_m^n X_n^n. \quad (8)$$

Прогнозуючи трудові ресурси на плановий період L^* , оцінимо забезпеченість плану щодо праці [6, с. 1454–1500]. Якщо виявиться, що $L_n > L^*$, то плановий вектор валового продукту $X_n = (X_n^1, X_n^2, \dots, X_n^n)$ не забезпечується трудовими ресурсами. Отже, треба вибирати новий варіант і змінити вектор кінцевого продукту $Y_n = (Y_n^1, Y_n^2, \dots, Y_n^n)$, знову обчислити вектор валової продукції та перевірити забезпеченість його трудовими ресурсами. В моделі

(8) розглядається редуційна праця. Якщо в кожній галузі трудові ресурси представити за видами діяльності, то баланс праці буде інтерпретований системою рівнянь. Можна перерахувати коефіцієнти повних витрат праці (витрати праці на одиницю кінцевої продукції). Математично ці коефіцієнти визначаємо з добутку вектору коефіцієнтів трудомісткості на матрицю коефіцієнтів повних витрат:

$$(\bar{b}^1, \bar{b}^2, \dots, \bar{b}^n) = (b_{\pi}^1, b_{\pi}^2, \dots, b_{\pi}^n) \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 & \dots & c_n^1 \\ c_1^2 & c_2^2 & \dots & c_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_1^n & c_2^n & \dots & c_n^n \end{pmatrix},$$

або
$$\begin{cases} \bar{b}^1 = b_{\pi}^1 c_1^1 + b_{\pi}^1 c_2^1 + \dots + b_{\pi}^1 c_n^1, \\ \bar{b}^2 = b_{\pi}^2 c_1^2 + b_{\pi}^2 c_2^2 + \dots + b_{\pi}^2 c_n^2, \\ \dots \\ \bar{b}^n = b_{\pi}^n c_1^n + b_{\pi}^n c_2^n + \dots + b_{\pi}^n c_n^n, \end{cases}, \quad \text{де}$$

$\bar{b}^i (i=1, 2, \dots, n)$ – витрати живої праці всіх галузей на відтворення одиниці кінцевої продукції i -ї галузі [7, с. 104–110]

Така ж робота проводиться щодо забезпеченості плану основними виробничими фондами. Визначимо норми фондоємності h^i_0 зі звітнього балансу таким чином: $h^i_0 = \frac{K^i_0}{X^i_0}, i = \overline{1, n}$,

де K^i_0 – основні виробничі фонди i -ї галузі на кінець звітнього періоду.

Скорегувавши ці норми на плановий період $(h^1_{\pi}, h^2_{\pi}, \dots, h^n_{\pi})$, складемо такий баланс основних виробничих фондів: $K_{\pi} = h^1_{\pi} X^1_{\pi} + h^2_{\pi} X^2_{\pi} + \dots + h^n_{\pi} X^n_{\pi}$, де плановані основні виробничі фонди порівнюються з їхнім прогнозним значенням K^* . Якщо $K_{\pi} > K^*$, розрахунки повторюються для нового варіанта кінцевого продукту таким чином: $Y_{\pi} = (Y^1_{\pi}, Y^2_{\pi}, \dots, Y^n_{\pi})$.

Як і для балансу праці, основні виробничі фонди можна розгорнути за видами. Наприклад, основні виробничі фонди слід розділити на активну та пасивну частини, а також представити кожному з них за видами.

Знаючи коефіцієнти прямих витрат фондів, визначимо витрати фондів на одиницю кінцевої продукції $\bar{h}^i (i=1, 2, \dots, n)$ як добуток рядка фондоємності на матрицю коефіцієнтів повних витрат $(E-A)^{-1}$:

$$(\bar{h}^1, \bar{h}^2, \dots, \bar{h}^n) = (\bar{h}^1_{\pi}, \bar{h}^2_{\pi}, \dots, \bar{h}^n_{\pi}) \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 & \dots & c_n^1 \\ c_1^2 & c_2^2 & \dots & c_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_1^n & c_2^n & \dots & c_n^n \end{pmatrix},$$

де $h^i_{\pi} (i=1, n)$ – коефіцієнт повної фондоєм-

ності, що доводиться на одиницю кінцевої продукції i -ї галузі планованого періоду. Тоді коефіцієнти повної фондоємності будуть

$$\text{рівні: } \begin{cases} \bar{h}^1 = h^1_{\pi} c_1^1 + h^2_{\pi} c_1^2 + \dots + h^n_{\pi} c_1^n, \\ \bar{h}^2 = h^1_{\pi} c_2^1 + h^2_{\pi} c_2^2 + \dots + h^n_{\pi} c_2^n, \\ \dots \\ \bar{h}^n = h^1_{\pi} c_n^1 + h^2_{\pi} c_n^2 + \dots + h^n_{\pi} c_n^n, \end{cases} \quad \text{Іншими}$$

словами, одержали витрати виробничих фондів на відтворення одиниці кінцевої продукції в i -ї галузі.

Розглянемо те, як змінюються випуск продукції виробника та його попит на фактори виробництва під час зміни ціни p на продукцію та цін q_1, q_2, \dots, q_n на фактори виробництва. Ці зміни характеризуються частками похідних функцій $y^*, x_1^* x_2^*, \dots, x_n^*$ за ціною p та цінами q_1, q_2, \dots, q_n факторів. Можна пока-

зати, що завжди $\frac{\partial y^*}{\partial p} > 0$, тобто зростання ціни

продукції завжди приводить до збільшення оптимального випуску продукції, тобто крива випуску (пропозиції) продукції є зростаючою.

Крім того, існують такі ресурси, для яких $\frac{\partial x_j^*}{\partial p} > 0$, тобто зростання ціни продукції має

привести до підвищення попиту на деякі ресурси, тому що випуск продукції при цьому буде зростати. Такі ресурси називаються цін-

ними. Якщо $\frac{\partial x_j^*}{\partial p} < 0$, то ресурс j називається малоцінним, тобто зростання ціни продукції приводить до зменшення попиту на цей ресурс.

Можна також установити, що $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_j} < 0$, тобто

підвищення ціни ресурсу приводить завжди до зменшення попиту на цей ресурс. Ресурси діляться на дві категорії, такі як взаємозамінні та взаємодоповнюючі. Ресурси j і k назива-

ються взаємозамінними, якщо $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_k} > 0$, тобто

якщо підвищення ціни на k -й ресурс викликає підвищений попит на j -й ресурс. Ресурси j і k називають взаємодоповнюючими, якщо

$\frac{\partial x_j^*}{\partial p_k} < 0$, тобто якщо підвищення ціни на k -й

ресурс веде до зниження попиту не тільки на k -й ресурс, але й на j -й ресурс. Проілюструємо викладене на прикладі. Як було встановлено, для виробничої функції $y = x_1^{1/2} x_2^{1/3}$ функціями попиту на фактори виробництва є

$$x_1^* = \frac{p^6}{144q_1^4q_2^2}, x_2^* = \frac{p^6}{216q_1^3q_2^3}, \text{ а функцією пропозиції продукції є } y^* = \frac{p^5}{72q_1^3q_2^2}.$$

Обчислимо реакції виробника під час зміни ціни p продукції: $\frac{\partial x_1^*}{\partial p} = \frac{6p^5}{144q_1^4q_2^2} = \frac{p^5}{24q_1^4q_2^2} > 0$,

тобто попит на перший фактор виробництва зростає під час збільшення ціни продукції.

Аналогічно $\frac{\partial x_2^*}{\partial p} = \frac{6p^5}{216q_1^3q_2^3} = \frac{p^5}{36q_1^3q_2^3} > 0$.

Оскільки $\frac{\partial x_1^*}{\partial p_1} = -\frac{p^6}{36q_1^5q_2^2} < 0$, то $\frac{\partial x_2^*}{\partial q_2} = -\frac{p^6}{72q_1^3q_2^4}$

< 0 , отже, зі зростанням ціни факторів виробництва попит на кожний з них падає. Як неважко

переконатись, $\frac{\partial x_1^*}{\partial q_2} = \frac{\partial x_2^*}{\partial q_1} = -\frac{p^6}{72q_1^4q_2^3} < 0$, отже,

ці два фактори виробництва є взаємно доданими. Для функцій попиту на фактори виробництва та функції пропозиції продукції можна визначити коефіцієнти еластичності за цінами $p, q_1, q_2, \dots, q_n, \dots$. Отже, реакцію виробника на зміну цін можна виміряти також за допомогою коефіцієнта еластичності. Обчислимо коефіцієнт еластичності для функцій нашого прикладу:

$$\text{а) } E_1^p = \frac{\partial x_1^*}{\partial p} \div \frac{x_1^*}{p} = \frac{p^5}{24q_1^4q_2^2} \div \frac{p^5}{144q_1^4q_2^2} = 6 > 0;$$

$$E_1^{q_1} = \frac{\partial x_1^*}{\partial q_1} \div \frac{x_1^*}{q_1} = -\frac{p^6}{36q_1^5q_2^2} \div \frac{p^6}{144q_1^4q_2^2} = -4 < 0;$$

$$E_1^{q_2} = \frac{\partial x_1^*}{\partial q_2} \div \frac{x_1^*}{q_2} = -\frac{p^6}{72q_1^4q_2^3} \div \frac{p^6}{144q_1^4q_2^2} = -2 < 0;$$

$$\text{б) } E_2^p = \frac{\partial x_2^*}{\partial p} \div \frac{x_2^*}{p} = \frac{p^5}{36q_1^3q_2^3} \div \frac{p^5}{216q_1^3q_2^3} = 6 > 0;$$

$$E_2^{q_1} = \frac{\partial x_2^*}{\partial q_1} \div \frac{x_2^*}{q_1} = -\frac{p^6}{72q_1^4q_2^3} \div \frac{p^6}{216q_1^4q_2^3} = -3 < 0;$$

$$E_2^{q_2} = \frac{\partial x_2^*}{\partial q_2} \div \frac{x_2^*}{q_2} = -\frac{p^6}{24q_1^3q_2^4} \div \frac{p^6}{72q_1^3q_2^4} = -3 < 0;$$

$$\text{в) } E_y^p = \frac{\partial y^*}{\partial p} \div \frac{y^*}{p} = \frac{5p^4}{72q_1^3q_2^2} \div \frac{p^4}{72q_1^3q_2^2} = 5 > 0;$$

$$E_y^{q_1} = \frac{\partial y^*}{\partial q_1} \div \frac{y^*}{q_1} = -\frac{p^5}{24q_1^4q_2^2} \div \frac{p^5}{72q_1^4q_2^2} = -3 < 0;$$

$$E_y^{q_2} = \frac{\partial y^*}{\partial q_2} \div \frac{y^*}{q_2} = -\frac{p^5}{36q_1^3q_2^3} \div \frac{p^5}{72q_1^3q_2^3} = -2 < 0.$$

Ці функції є однорідними функціями нульового ступеня, тому сума всіх коефіцієнтів еластичності для кожної з них дорівнює нулю, тобто $E_1^p + E_1^{q_1} + E_1^{q_2} = 6 - 4 - 2 = 0$, $E_2^p + E_2^{q_1} + E_2^{q_2} = 6 - 3 - 3 = 0$, $E_y^p + E_y^{q_1} + E_y^{q_2} = 5 - 3 - 2 = 0$.

Отже, якщо функції попиту на фактори виробництва та функція пропозиції продукції знайдені в явній формі, то ми можемо визначити, як реагує виробник під час зміни цін на продукцію та фактори виробництва, тобто якою є чутливість оптимальних витрат факторів та обсягу випуску продукції під час зміни цін на ринках. Для цього достатньо обчислити відповідні частки похідні або коефіцієнти еластичності. Якщо ж ці функції не вдається одержати в явному виді, то з огляду на u та x_1, x_2, \dots від ціни p продукції та вектору цін $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ факторів виробництва ми можемо скористатися такими $(n+1)$ -рівняннями:

$$y^*(p, q) = f(x_1^*(p, q), x_2^*(p, q), \dots, x_n^*(p, q)) \text{ і}$$

$$p \frac{\partial f}{\partial x_j}(x_1^*(p, q), x_2^*(p, q), \dots, x_n^*(p, q)) = q_j.$$

Диференціюючи ці рівняння послідовно за змінними p, q_1, q_2, \dots, q_n , ми можемо з отриманих систем рівнянь знайти ступінь зміни оптимальних витрат факторів, тобто похідні $\frac{\partial x_j^*}{\partial q_1}, \frac{\partial x_j^*}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial x_j^*}{\partial q_n}, j = \overline{1, n}$, та ступінь зміни оптимального випуску продукції, тобто похідні $\frac{\partial y^*}{\partial p}, \frac{\partial y^*}{\partial q_1}, \frac{\partial y^*}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial y^*}{\partial q_n}$.

Так, наприклад, диференціюючи ці тотожності по p , ми одержуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial y^*}{\partial p} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_k} \frac{\partial x_k^*}{\partial p}; \\ \frac{\partial f}{\partial x_j} + p \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial x_k^*}{\partial p} = 0, j = \overline{1, n} \end{cases}, \text{ де } \frac{\partial y^*}{\partial p}$$

характеризує зміну оптимального обсягу випуску продукції під час зміни її ціни; $\frac{\partial x_k^*}{\partial p}$ – вплив зміни ціни продукції на оптимальні обсяги витрат факторів виробництва,

а $\frac{\partial f}{\partial x_j}$ – граничну продуктивність j -го фактору виробництва.

Вирішуючи отриману систему з $(n+1)$ лінійних рівнянь $(n+1)$ змінними $\frac{\partial y^*}{\partial p}, \frac{\partial x_1^*}{\partial p}, \frac{\partial x_2^*}{\partial p}, \dots, \frac{\partial x_n^*}{\partial p}$, виразимо ці змінні через граничні про-

дуктивності факторів виробництва $\frac{\partial f}{\partial x_j}$, причому $j=\overline{1,n}$, ціну p та інші частинні похідні $\frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k}$ ($j=\overline{1,n}$; $k=\overline{1,n}$) виробничої функції $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Висновки з цього дослідження. На основі огляду сучасного стану сільськогосподарських підприємств та використання методів матеріального балансу показано, що для ефективного функціонування цих підприємств необхідно розробляти моделі у вигляді диференціальних рівнянь одното багатогалузевих господарств, які дають змогу вирішувати завдання ідентифікації. Показано, що для створення критеріїв оцінювання якості та реалізації принципів оптимальності під час створення автоматизованої системи управління багатогалузевого

сільськогосподарського підприємства необхідно використати взаємозв'язки елементів сільськогосподарського виробництва, а саме фактори, що характеризують виробництво, а також ідею міжгалузевого балансу. Встановлено, що задачі управління виробничими процесами тісно пов'язані з вивченням властивостей цих процесів, що привело до дослідження стійкості траєкторії моделі сільськогосподарського підприємства. В результаті розгляду балансових моделей одно-, дво- та багатогалузевих господарств установлено необхідність використання моделі з урахуванням запізнювання введення основних виробничих засобів на основі достатніх умов оптимальності, які дадуть змогу побудувати основну характеристику збалансованого росту, а саме магістраль підприємства, за допомогою якої можна буде здійснювати прогнози росту основних виробничих фондів господарства.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Марасанов В.В., Пляшкевич О.М. Основи теорії проектування і оптимізації макроекономічних систем. Херсон, 2002. 190 с.
2. Лобода О.М., Кириченко Н.В. Актуальні проблеми ідентифікації та моделювання структури управління підприємством. *Наука й економіка*. 2015. № 3. С. 130–134.
3. Вітлінський В.В. Моделювання економіки. Київ, 2003. 408 с.
4. Стеценко І.В. Моделювання систем. Черкаси, 2010. 399 с.
5. Лобода О.М. Вирішення задачі ідентифікації структури управління підприємства. *Сучасна спеціальна техніка*. 2012. № 3. С. 64–68.
6. Лобода О.М. Побудова моделі динаміки розвитку аграрного підприємства в вигляді магістралі росту. *Економіка та суспільство*. 2018. Вип. 13. С. 1494–1500.
7. Лобода О.М., Димов В.С. Моделі та методи інформаційних технологій управління аграрного сектору економіки за допомогою достатніх умов оптимальності. *Проблеми інформаційних технологій*. 2018. Вип. 1 (23). С. 104–110.

REFERENCES:

1. Marasanov V.V., Pliashkevych O.M. (2002) *Osnovy teorii proektuvannia i optymizatsii makroekonomichnykh system*. Kherson : TOV "Ajlant" (in Ukrainian).
2. Loboda O.M., Kyrychenko N.V. (2015) Aktual'ni problemy identyfikatsii ta modeliuvannia struktury upravlinnia pidpryemstvom. *Naukovo-tekhnichnyj zhurnal Khmel'nyts'koho ekonomichnoho universytetu*, vol. 3 (39), pp. 130–134.
3. Vitlins'kyj V.V. (2003) *Modeliuvannia ekonomiky*. Kyiv : KNEU (in Ukrainian).
4. Stecenko I.V. (2010) *Modeliuvannja system*. Cherkasy (in Ukrainian).
5. Loboda O.M. (2012) Vyrishennja zadachi identyfikacii struktury upravlinnja pidpryemstva. *Suchasna specialjna tekhnika*, vol. 3, pp. 64–68.
6. Loboda O.M. (2018) Pobudova modeli dynamiky rozvytku aghrarnogho pidpryemstva v vyghljadi maghistrali rostu. *Ekonomika ta suspiljstvo*, vol. 13, pp. 1494–1500.
7. Loboda O.M., Dymov V.S. (2018) Modeli ta metody informacijnykh tekhnologij upravlinnja aghrarnogho sektoru ekonomiky za dopomoghoju dostatnykh umov optymalitynosti. *Problemy informacijnykh tekhnologij*, vol. 1 (23), pp. 104–110.